Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS AÉRONAUTIQUE • CORRIGÉ DÉTAILLÉ

Mathématiques

Session 2023 • Code sujet : **23MATGRD1** • Durée : **Durée non indiquée dans les pages fournies**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. **Évolution de la température de l'eau d'un spa après l'arrêt du chauffage** (11 questions) — **Page 3**

2. **Contrôles qualité et probabilités dans une minoterie** (12 questions) — **Page 6**

3. **Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ)** (Synthèse & Q&A Examen) — **Page 11**

Sujet officiel (PDF) : https://btsaeronautique.fr/assets/annales/bts-aeronautique/E2 - Mathématiques/2023/BTS Aéronautique - E2 - Mathématiques - Session 2023 - 3-Sujet.pdf

1. Évolution de la température de l'eau d'un spa après l'arrêt du chauffage

On modélise la température de l'eau d'un spa, initialement à 38 °C, après l'arrêt du chauffage, tandis que la température ambiante reste fixée à 25 °C. L'exercice étudie l'équation différentielle du modèle, ses variations et sa limite, puis un algorithme qui détermine le temps avant que l'eau passe sous 34 °C.

Partie A

Question 1. Déterminer les solutions de l'équation différentielle y' + 0,05y = 0 sur l'intervalle [0 ; +∞[.

L'équation homogène s'écrit $y' = -0,05y$. C'est une équation différentielle du premier ordre à coefficient constant, dont les solutions sont des exponentielles de taux $-0,05$. On obtient donc, sur $[0;+\infty[$, la famille $y(t) = Ce^{-0,05t}$, où C est une constante réelle. Aucune condition initiale n'est imposée ici : la constante reste arbitraire.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = Ce^{-0,05t}$, avec $C \in \mathbb{R}$.

Question 2. Déterminer, sur l'intervalle [0 ; +∞[, une fonction constante solution particulière de l'équation différentielle y' + 0,05y = 1,25.

Pour chercher une solution constante, on pose $y(t) = k$. Sa dérivée est nulle, donc l'équation devient $0 + 0,05k = 1,25$. On obtient $k = 1,25/0,05 = 25$. Cette constante vérifie bien l'équation différentielle, car $0,05 \times 25 = 1,25$. Elle constitue une solution particulière sur l'intervalle demandé.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Une solution particulière constante est $y(t) = 25$.

Question 3. En déduire les solutions de l'équation différentielle y' + 0,05y = 1,25.

La solution générale de l'équation complète s'obtient en ajoutant une solution particulière à la solution générale de l'équation homogène associée. La solution particulière constante vaut 25 et les solutions homogènes sont $Ce^{-0,05t}$. Ainsi, toutes les solutions de $y' + 0,05y = 1,25$ sur $[0;+\infty[$ sont de la forme indiquée, avec C réel.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = Ce^{-0,05t} + 25$, avec $C \in \mathbb{R}$.

Question 4. **Montrer que, pour tout réel t de l'intervalle [0 ; +∞[, f(t) = 13e$^{-0,05t}$ + 25.**

La solution générale trouvée précédemment est $f(t) = Ce^{-0,05t} + 25$. En utilisant la condition initiale $f(0) = 38$, on a $Ce^0 + 25 = 38$, donc $C = 38 - 25 = 13$. En remplaçant C par cette valeur, on obtient l'expression demandée pour tout $t \geq 0$.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$f(t) = 13e^{-0,05t} + 25$.

Partie B

Question 1. **Calculer la valeur de f(24), arrondie au dixième, puis interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.**

On substitue $t = 24$ dans le modèle : $f(24) = 13e^{-0,05\times 24} + 25 \approx 28,9155$. L'arrondi au dixième est donc $28,9$. Cette valeur modélise la température de l'eau du spa, en degrés Celsius, 24 heures après la coupure du chauffage.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$f(24) \approx 28,9\ ^\circ\text{C}$. Après 24 h, l'eau est à environ 28,9 °C.

Question 2. a). **Pour tout réel t de l'intervalle [0 ; +∞[, déterminer une expression de f'(t).**

On dérive $f(t) = 13e^{-0,05t} + 25$. La dérivée de l'exponentielle composée est $-0,05e^{-0,05t}$, et la dérivée de la constante 25 est nulle. Ainsi, pour tout $t \geq 0$, $f'(t) = 13 \times (-0,05)e^{-0,05t}$, ce qui donne l'expression demandée.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$f'(t) = -0,65e^{-0,05t}$.

Question 2. b). **Déduire le sens de variation de f sur [0 ; +∞[, puis expliquer si ce sens de variation paraît cohérent avec le contexte.**

Pour tout $t \geq 0$, $e^{-0,05t} > 0$, donc $f'(t) = -0,65e^{-0,05t} < 0$. La fonction f est strictement décroissante sur $[0;+\infty[$. Ce résultat est cohérent avec la situation : lorsque le chauffage est coupé, l'eau se refroidit et sa température se rapproche de la température ambiante, qui reste fixée à 25 °C.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

f est strictement décroissante, ce qui correspond au refroidissement de l'eau après l'arrêt du chauffage.

Question 3. a). Déterminer la limite de la fonction f en +∞.

Lorsque t tend vers $+\infty$, l'exposant $-0,05t$ tend vers $-\infty$, donc $e^{-0,05t}$ tend vers 0. Dans l'expression $f(t) = 13e^{-0,05t} + 25$, le terme exponentiel tend alors vers 0. La limite de $f(t)$ est donc égale au terme constant restant.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\lim\limits_{t \to +\infty} f(t) = 25$.

Question 3. b). Interpréter la valeur de cette limite dans le contexte de l'exercice.

La limite obtenue est 25 °C. Dans le contexte, cela signifie que le modèle prévoit que la température de l'eau se rapproche de 25 °C au fil du temps après l'arrêt du chauffage. Elle tend vers la température ambiante extérieure, qui est supposée constante, sans que le modèle indique qu'elle passe en dessous de cette valeur.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La température de l'eau tend vers la température ambiante, soit 25 °C.

Question 4. a). L'algorithme initialise H à 0 et T à 38 °C, puis augmente H d'une heure et actualise T selon le modèle tant que T ≥ 34. Déterminer la valeur numérique affichée par cet algorithme.

À chaque étape, l'algorithme augmente H d'une heure et calcule $T = 13e^{-0,05H} + 25$. Pour $H = 7$, $T \approx 34,161\ ^\circ\text{C}$, donc la condition $T \geq 34$ est encore vérifiée. Pour $H = 8$, $T \approx 33,714\ ^\circ\text{C}$: la boucle s'arrête et affiche alors $H = 8$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> L'algorithme affiche **8**.

Question 4. b). Expliquer ce que l'algorithme permet de déterminer dans le contexte de l'exercice.

L'algorithme fait évoluer le modèle heure par heure et s'arrête à la première heure entière où la température calculée devient strictement inférieure à 34 °C. Il détermine donc le premier nombre entier d'heures auquel l'eau passe sous ce seuil, et non l'instant exact du franchissement entre deux heures.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Il indique qu'après 8 heures, la température modélisée est inférieure à 34 °C.

2. Contrôles qualité et probabilités dans une minoterie

Une minoterie contrôle l'extensibilité de pâtes et l'humidité de livraisons de blé, puis étudie le poids de ses sacs de farine. Elle évalue aussi l'acceptation d'une nouvelle farine par deux catégories de clients et le nombre de clients susceptibles de la tester.

Partie A

Question 1. a). À partir des cinq indices d'extensibilité mesurés, donner la moyenne de la série et son écart-type arrondi au centième.

Les cinq mesures sont 104, 81, 83, 57 et 55 mm. Leur moyenne vaut $\bar{x} = 380/5 = 76$ mm. La somme des carrés des écarts à la moyenne est 1660, donc $\sigma = \sqrt{1660/5} \approx 18,22$ mm.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Moyenne : 76 mm ; écart-type : 18,22 mm.

Question 1. b). En considérant que l'écart-type de la série est σ = 18 mm, vérifier qu'aucune des cinq valeurs n'est en dehors de l'intervalle [x̄ − 2σ ; x̄ + 2σ] et conclure si le technicien doit procéder à un test sur cinq nouveaux échantillons.

Calcul des bornes	Intervalle	Valeurs mesurées
$76 - 2 \times 18 = 40$ et $76 + 2 \times 18 = 112$	$[40 ; 112]$	55, 57, 81, 83, 104

Les cinq valeurs appartiennent à l'intervalle. Le technicien n'a donc pas à tester cinq nouveaux échantillons.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Aucun nouveau test n'est nécessaire.

Question 2. À partir des masses et des taux d'humidité des deux camions, montrer que le technicien peut autoriser leur déchargement dans un même silo vide, sachant que le taux d'humidité exigé est inférieur à 13 %.

Le taux du mélange est une moyenne pondérée par les masses : $\frac{29\,540 \times 12,4 + 14\,540 \times 14,1}{29\,540 + 14\,540} \approx 12,9603\,\%$. Comme ce résultat est inférieur à 13 %, le déchargement dans le même silo vide est autorisé.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Taux du mélange : environ 12,96 % ; déchargement autorisé.

Partie B

Question 1. La masse X d'un sac suit une loi normale de moyenne 25,2 kg et d'écart-type 0,1 kg. Calculer, à 10^{-3} près, la probabilité qu'un sac prélevé au hasard ait une masse inférieure à 25 kg.

La variable centrée réduite $Z = \frac{X-25{,}2}{0{,}1}$ suit la loi normale centrée réduite. Ainsi, $P(X < 25) = P(Z < -2) \approx 0,0228$, soit 0,023 à 10^{-3} près.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(X < 25) \approx 0,023$.

Question 2. a). Donner un réel h tel que P(25,2 − h ≤ X ≤ 25,2 + h) soit approximativement égale à 0,95, à 10^{-2} près.

Repère pour 95 %	Calcul	Valeur de h
Intervalle central d'une loi normale	$1,96 \times 0,1 = 0,196$ kg	$0,20$ kg au centième

On utilise l'intervalle centré sur la moyenne, de la forme $25,2 \pm h$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $h = 0,20$ kg.

Question 2. b). Une représentation graphique d'une fonction de densité est fournie. Expliquer pourquoi cette représentation ne peut pas être celle de la fonction de densité de la variable aléatoire X.

La courbe fournie est trop étalée pour l'écart-type de 0,1 kg. Pour la loi de X, environ 95 % des masses doivent se situer dans l'intervalle :

- $[25,2 - 1,96 \times 0,1\ ;\ 25,2 + 1,96 \times 0,1]$, soit $[25,004\ ;\ 25,396]$ kg ;
- la représentation donnée s'étend bien au-delà de cet intervalle.

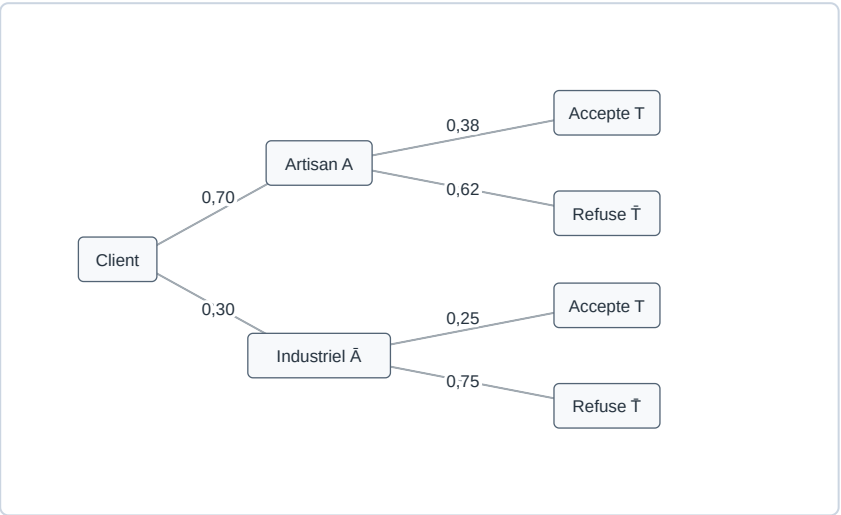
> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Cette courbe ne peut pas représenter la densité de X : elle est beaucoup trop étalée.

Partie C

Question 1. Représenter la situation décrite par les proportions des artisans boulangers et des boulangers industriels, ainsi que leurs probabilités respectives d'accepter de tester la farine La Romaine, au moyen d'un arbre pondéré.

On note A « le client est artisan » et T « le client accepte de tester la farine ». Les probabilités des branches de refus sont les complémentaires des probabilités d'acceptation.

Arbre pondéré des clients et de l'acceptation



Les probabilités des branches issues de chaque catégorie totalisent 1.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Arbre : $P(A) = 0,70$, $P(\overline{A}) = 0,30$; sous A, acceptation 0,38 et refus 0,62 ; sous $\overline{A}$, acceptation 0,25 et refus 0,75.

Question 2. a). Calculer la probabilité que le client soit un artisan boulanger et accepte de tester la farine La Romaine.

La probabilité du chemin « artisan puis accepte » est $P(A \cap T) = P(A) \times P(T \mid A) = 0,70 \times 0,38 = 0,266$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(A \cap T) = 0,266$.

Question 2. b). Montrer que la probabilité qu'un client accepte de tester la farine La Romaine est égale à 0,341.

Chemin menant à l'acceptation	Probabilité
Artisan et accepte	$0,70 \times 0,38 = 0,266$
Industriel et accepte	$0,30 \times 0,25 = 0,075$

Ces chemins étant disjoints, $P(T) = 0,266 + 0,075 = 0,341$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T) = 0,341$.

Question 3. Sachant qu'un client a testé la farine La Romaine, calculer, à 10^{-3} près, la probabilité que ce soit un artisan boulanger.

Par probabilité conditionnelle, $P(A \mid T) = \frac{P(A \cap T)}{P(T)} = \frac{0,266}{0,341} \approx 0,780$, à 10^{-3} près.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité cherchée est 0,780.

Question 4. a). La variable aléatoire Y suit une loi binomiale de paramètres n = 200 et p = 0,341. Calculer, à 10^{-3} près, la probabilité qu'au plus 60 des 200 clients choisis aient testé la farine La Romaine.

« Au plus 60 » correspond à $Y \leq 60$. Avec $Y \sim \mathcal{B}(200 ; 0,341)$, on calcule la somme des probabilités binomiales de 0 à 60 :

$P(Y \leq 60) = \sum_{k=0}^{60} \binom{200}{k} (0,341)^k (0,659)^{200-k} \approx 0,125$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(Y \leq 60) \approx 0,125$.

Question 4. b). Calculer l'espérance de la variable aléatoire Y et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Formule	Application	Interprétation
$E(Y) = np$	$200 \times 0,341 = 68,2$	En moyenne, environ 68 clients sur 200 testent la farine.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$E(Y) = 68,2$ clients.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2023)

Bilan de l'épreuve : Cette épreuve de mathématiques du BTS, session 2023, porte le code 23MATGRD1. La durée et le coefficient ne figurent pas dans les pages fournies. Les deux exercices étudient le refroidissement d'un spa et des contrôles et ventes en minoterie, en mobilisant équations différentielles, statistiques, lois normale et binomiale, arbres pondérés et algorithmes.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour y' + ay = b, une solution constante particulière est b/a lorsque a est non nul.
- Pour $f(t) = 13e^{-0,05t} + 25$, la température tend vers 25 °C lorsque t tend vers +∞.
- Le taux d'humidité d'un mélange se calcule en pondérant les taux de chaque lot par leurs masses.
- Si Y suit la loi binomiale B(n, p), alors E(Y) = np et « au plus k » correspond à P(Y ≤ k).

Points de vigilance & attentes du jury

- Respecter les unités et les arrondis demandés pour les températures, masses, durées et probabilités.
- Comparer chacune des cinq mesures aux bornes de l'intervalle de contrôle, sans oublier les bornes incluses.
- Pour un mélange, pondérer chaque taux d'humidité par la masse correspondante avant de comparer au seuil strict.
- Dans un arbre, distinguer probabilités conditionnelles et probabilités d'intersection, puis interpréter les résultats.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment déterminer la solution du modèle de refroidissement ?

Résolvez d'abord l'équation homogène, puis cherchez une solution constante particulière. La solution générale est leur somme. Appliquez ensuite la condition f(0) = 38 pour déterminer la constante et obtenir l'expression de la température.

Q : Comment calculer l'humidité du blé mélangé dans le silo ?

Multipliez la masse de chaque camion par son taux d'humidité écrit en nombre décimal. Additionnez les masses d'eau obtenues, puis divisez par la masse totale de blé. Convertissez le résultat en pourcentage et comparez-le au seuil strict de 13 %.

Q : Comment traiter la question portant sur au plus 60 clients ?

Avec Y de loi binomiale B(200 ; 0,341), « au plus 60 » signifie calculer P(Y ≤ 60), par la fonction de répartition ou une calculatrice. L'espérance se calcule séparément par E(Y) = 200 × 0,341.

Q : Quelles précautions prendre pour obtenir les points en statistiques et probabilités ?

Identifiez les données et la loi appropriée, conservez une précision suffisante pendant les calculs, puis arrondissez comme demandé. Lorsque la consigne le demande, accompagnez le résultat d'une conclusion liée à la minoterie ou au spa.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsaeronautique.fr/assets/annales/bts-aeronautique/E2 - Mathématiques/2023/BTS Aéronautique - E2 - Mathématiques - Session 2023 - 3-Sujet.pdf

Ressources BTS Aéronautique : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.